

۱- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$A = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{49}{50!}$$

$$\frac{2}{2!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{49!} - \frac{1}{50!} = 1 - \frac{1}{50!} = \frac{50! - 1}{50!}$$

۲- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$A = \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \frac{1}{21 \cdot 26} + \dots + \frac{1}{56 \cdot 61}$$

$$5A = \frac{5}{11 \cdot 16} \quad 5a = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} = \frac{5}{176} \rightarrow A = \frac{10}{176}$$

$$b = \frac{1}{9 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 15} + \dots + \frac{1}{(2n+9)(2n+7)}$$

$$2b = \frac{1}{9} - \frac{1}{2n+9} \Rightarrow b = \frac{1}{18} - \frac{1}{4n+18}$$

۳- اگر عبارت زیر برقرار باشد ثابت کنید:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

$$ad < cd \xrightarrow{+ab} ad + ab < ab + cd \Rightarrow a(b+d) < b(a+c) \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} \quad (1)$$

$$ad < cd \xrightarrow{+cd} cd + ad < cb + cd \Rightarrow d(a+c) < c(b+d) \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

۴- اگر عبارت زیر برقرار باشد ثابت کنید:

$$2 < \frac{5a+2}{a+4} < a$$

$$a < 2$$

$$2 < a \Rightarrow 2 < \frac{a+2}{a+4} < a \Rightarrow 2 < \frac{2a+2}{3} < a \Rightarrow 2 < \frac{3a+2}{4} < a \Rightarrow 2 < \frac{4a+2}{5} < a \Rightarrow 2 < \frac{5a+2}{6} < a$$

$$a > 2 \Rightarrow a+4 > 6 \Rightarrow \frac{5a+2}{a+4} < a \rightarrow (1)$$

$$4a+a+2 > 4a+4 \Rightarrow \frac{5a+2}{a+4} > \frac{4a+4}{a+4} = \frac{a+4}{a+4} + \frac{3a}{a+4} = \frac{a+2a}{a+4} > 1 + \frac{a+4}{a+4} \geq 2 \rightarrow (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 2 < \frac{5a+2}{a+4} < a$$

$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$a + 2\sqrt{3} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$a(a + 2\sqrt{3}) = 2$$

۵- با فرض زیر ثابت کنید:

$$a^2 = 2a\sqrt{3} = 2$$

$$\sqrt{3} = \frac{2 - a^2}{2a}$$

قضیه: $\sqrt{5} - \sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

فرض: $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

و این یک تناقض است.

۶- اگر $\overline{3m}$ به صورت اعشاری $0/3ab$ نوشته شود، مقادیر $a+b$ می تواند در کدام محدوده باشد؟

$$\frac{\overline{3m}}{99} = 0/3ab \Rightarrow \frac{\overline{3m}}{99} = \frac{3ab - 3}{990} \Rightarrow \frac{3m0}{990} = 3ab - 3$$

$$\Rightarrow \overline{3ab} - 3 = 3m0 \Rightarrow b = 3$$

$$a + b = 3, 4, \dots, 12$$

۷- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید. $5^{11} + 5^{13} + 5^{15} + \dots + 5^{47}$

$$a = 5^{11} + 5^{13} + 5^{15} + \dots + 5^{47}$$

$$5^2 a = 5^{13} + 5^{15} + \dots + 5^{47} + 5^{49}$$

$$5^2 a - a = 5^{49} - 5^{11} \Rightarrow a = \frac{5^{49} - 5^{11}}{24}$$

۸- عبارت مقابل را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

$$f(x) = \left| -2x + \frac{1}{3} \right|$$

$$= \begin{cases} -2x + \frac{1}{3}, -2x + \frac{1}{3} \geq 0 \\ +2x - \frac{1}{3}, -2x + \frac{1}{3} < 0 \end{cases} = \begin{cases} -2x + \frac{1}{3} \Rightarrow x \leq \frac{1}{6} \\ 2x - \frac{1}{3} \Rightarrow x > \frac{1}{6} \end{cases}$$

۹- بین دو عدد $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ به تعداد $(2n+1)$ کسر متعارفی بنویسید

$$\frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{6}, \dots, \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{4n+2}{12n+6} < \dots < \frac{6n+3}{12n+6}$$

$$4n+2+1, 4n+2+2, \dots$$

۱۰- عدد زیر را روی محور نشان دهید. (مراحل رسم را کاملا توضیح دهید).

۱۱- مقدار a را چنان تعیین کنید که کسر کوچکتر از واحد $\frac{a}{70}$ ($a \in N$),

(الف) $a \in \{7, 14, 21, 35, \dots\}$ تحقیقی باشد

(ب) متناوب ساده باشد

$a \in \{10, 20, 30, \dots\}$

(ج) متناوب مرکب باشد

هر عضوی به غیر از بالایی ها $a \in \{2, 3, \dots\}$

۱۲- فاصله ی عدد $2\frac{3}{7}$ با معکوس و با قرینه ی معکوسش را بدست آورید.

$$\frac{17}{7} - \frac{7}{17} = \frac{240}{119}, \quad \frac{17}{7} + \frac{7}{17} = \frac{338}{119}$$

۱۳- اگر شرایط زیر برقرار باشد ، حاصل $b+a$ چقدر است.

$$\frac{a}{b} = 0.\overline{36}$$

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{36}{99} = \frac{4}{11} \Rightarrow a = 4, b = 11 \Rightarrow a + b = 15$$